

一种基于因子图消元优化的激光雷达视觉 惯性融合 SLAM 方法

袁国帅¹, 齐咏生^{1,2,3}, 刘利强^{1,2,3}, 苏建强^{1,2}, 张丽杰^{1,2,3}

(1. 内蒙古工业大学电力学院, 内蒙古呼和浩特 010080; 2. 内蒙古自治区高等学校智慧能源技术与装备工程研究中心, 内蒙古呼和浩特 010080; 3. 大规模储能技术教育部工程研究中心, 内蒙古呼和浩特 010080)

摘 要: 针对单一传感器 SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) 技术在复杂环境中存在精度低、可靠性差等问题, 提出一种基于因子图消元优化的激光雷达、视觉和 IMU (Inertial Measurement Unit) 融合 SLAM 算法 (Multi Factor Graph fusion SLAM with IMU as the Dominant system, ID-MFG-SLAM). 首先, 采用多因子图模型, 提出以 IMU 为主系统, 视觉与激光雷达为辅系统, 通过引入辅系统观测因子约束 IMU 偏差, 并接收 IMU 里程计因子实现运动预测与融合的全新结构. 之后, 为降低融合后的优化成本, 加入滑动机制并设计基于 Householder 变换的 QR 分解消元法将因子图转换为贝叶斯网络. 最后, 引入一种球面线性插值与线性插值之间的自适应插值算法, 将激光雷达点云投影到单位球面上实现视觉特征点深度估计. 实验结果表明, 相比其他经典算法, 该方法在复杂大、小场景中绝对轨迹误差分别可达到约 0.68 m 和 0.24 m, 具有更高的精度和可靠性.

关键词: 同时定位与建图; 多传感器融合; 复杂场景; 激光雷达; IMU 里程计; 因子图优化

基金项目: 国家自然科学基金 (No.62241309); 内蒙古科技计划项目 (No.2020GG028, No.2021GG164); 内蒙古自然科学基金 (No.2020MS05029, No.2021MS06018)

中图分类号: TP242.6

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2023)11-3042-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20230209

An Fusion SLAM Method for LiDAR Visual and IMU Based on Factor Map Elimination Optimization

YUAN Guo-shuai¹, QI Yong-sheng^{1,2,3}, LIU Li-qiang^{1,2,3}, SU Jian-qiang^{1,2}, ZHANG Li-jie^{1,2,3}

(1. School of Electric Power, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot, Inner Mongolia 010080, China;

2. Center for Intelligent Energy Technology and Equipment Engineering, Inner Mongolia University, Hohhot,

Inner Mongolia 010080, China;

3. Engineering Research Center of Large Energy Storage Technology, Ministry of Education, Hohhot, Inner Mongolia 010080, China)

Abstract: Addressing the limitations of single-sensor SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) techniques, degraded perception, and poor reliability in complex environments, this paper proposes a multi-factor graph fusion SLAM algorithm with IMU as the dominant system (ID-MFG-SLAM). Firstly, the utilization of a multi-factor graph model, with the IMU (Inertial Measurement Unit) as the primary system and visual and LIDAR sensors as secondary systems. This novel structure incorporates observation factors from the secondary systems to constrain IMU biases and integrates IMU odometry factors for motion prediction and fusion. To reduce the optimization cost after fusion, a sliding window mechanism is introduced for historical state information backtracking. Additionally, a QR decomposition elimination method based on Householder transformation is employed to convert the factor graph into a Bayesian network, simplifying the graph's structure and improving computational efficiency. Furthermore, an adaptive interpolation algorithm between quaternion spherical linear interpolation and linear interpolation is introduced. This algorithm projects LIDAR point clouds onto a unit sphere, enabling depth estimation of visual feature points. The experimental results show that compared to other classic algorithms, this method can achieve absolute trajectory errors of about 0.68 m and 0.24 m in complex large and small scenes, respectively, with higher accuracy and reliability.

Key words: simultaneous localization and mapping; multi-sensor fusion; complex scene; laser radar; IMU odometer; factor graph optimization

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62241309); Inner Mongolia Science and Technology Project (No.2020GG028, No.2021GG164); Inner Mongolia Natural Science Foundation (No.2020MS05029, No.2021MS06018)

1 引言

当前,随着机器人迅速发展,同时定位与建图(Simultaneous Localization And Mapping, SLAM)^[1]已成为研究热点.单一传感器 SLAM 技术在复杂环境中长时间运行产生累积误差,难以获取自身位置的局限性,已成为机器人长期自主运动的主要挑战.

基于激光雷达的 SLAM 系统.文献[2]提出了一种低漂移、快速激光雷达里程计算法.文献[3]提出了一种轻量级、基于地面优化的激光里程计算法.其运动效率较高并提取地面点参考,但它们在非匀速下难以补偿运动畸变,大场景下位姿估计易发散.基于视觉的 SLAM 系统,文献[4]提出了一种多功能、精确的单目视觉 SLAM 算法和文献[5]介绍了一种用于单目、立体和 RGB-D 相机 SLAM 算法,在纹理方面要求较高且视场小、具有尺度不确定性,易导致信息丢失.近年来,为增强鲁棒性和准确性,研究者们提出了多个传感器融合 SLAM 方案^[6-9].

多传感器融合 SLAM 便于机器人运动时稳健地获取自身位置.文献[10~12]提及了基于激光雷达与 IMU 融合 SLAM 系统解决了文献[2,3]中单一激光雷达定位差的缺点,增加了惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)的约束,利用 IMU 预积分对运动畸变进行校正,并为激光雷达里程计提供先验运动估计初始值,提高了系统的精确性和鲁棒性.文献[13~15]介绍了基于视觉与 IMU 融合 SLAM 系统解决了文献[4,5]的视觉尺度不确定性和短时间内的特征缺失问题.当激光雷达或视觉处在弱环境(几何结构差或纹理弱)的场景,仍不能高精度长时间稳定运行,为此研究者们提出更多传感器融合方案,在复杂环境下提高系统的精度和鲁棒性.Zhang 等^[16]提出了 V-LOAM 是一种利用视觉里程计预测激光雷达扫描匹配的视觉激光雷达融合 SLAM 算法,增强了在纹理弱和高速运行场景下的鲁棒性,但帧间运动估计当上一时刻估计发生错误时,系统仍难以恢复机制. Shao 等^[17]提出了 VIL-SLAM 采用紧耦合的方法融合视觉惯性里程计和激光雷达里程计,加入了激光雷达增强的闭环模块,但紧耦合方式具有较高的故障率. Shan 等^[18]结合文献[10,13]提出了一种基于平滑和映射实现的激光雷达、视觉、IMU 融合 SLAM 方法,解决了文献[17]中任一传感器故障,系统仍可高效运行,但系统在边缘状态更新时,将会丢弃大部分历史

信息,导致定位出现较大偏差.因此,面向复杂场景下长时间自主定位能力和稳定性有所欠缺.

为此针对上述问题,本文提出了一种以 IMU 为主系统的多传感器融合 SLAM 系统(Multi-factor graph fusion SLAM with IMU as the Dominant system, ID-MFG-SLAM).将构建 IMU 里程计主系统、视觉惯性里程计(Visual Inertial Odometer, VIO)和激光雷达惯性里程计(Lidar Inertial Odometer, LIO)为辅系统的多状态估计器,设计以多因子图构建大因子图的全新结构,在后端优化中补偿了时间损耗,同时提出了自适应插值算法解决视觉深度估计,因此一方面具有良好的鲁棒性,另一方面具有优秀的定位能力.最后,通过公共复杂环境数据集 M2DGR^[19]和 UrbanNav^[20]对本文算法进行验证.

2 理论基础

2.1 IMU 预积分

IMU 预积分可避免优化过程中测量值重复积分的问题,只需要积分两帧之间的 IMU 运动增量加上先前的积分,解决了重复积分严重限制计算资源和实时性的问题^[21].在 i 时刻与 j 时刻的位置 p 、速度 v 、姿态 q 关系如下:

$$\begin{aligned} p_j^w &= p_{b_i}^w + v_{b_i}^w \Delta t_{ij} + \frac{1}{2} g^w \Delta t_{ij}^2 + \iint_{t \in [i,j]} R_t^w (\hat{a}_t - b_{a_i}) dt^2 \\ v_{b_j}^w &= v_{b_i}^w + g^w \Delta t_{ij} + \int_{t \in [i,j]} [R_t^w (\hat{a}_t - b_{a_i})] dt \\ q_{b_j}^w &= q_{b_i}^w \otimes \int_{t \in [i,j]} \frac{1}{2} \Omega[(\hat{\omega}_t - b_{\omega_i}) q_t^{b_i}] dt \end{aligned} \quad (1)$$

其中, t 为时刻; w, b 为世界坐标系和 IMU 坐标系; g 为恒定重力; R 为旋转矩阵; \hat{a}_t 和 $\hat{\omega}_t$ 为加速度计和陀螺仪的观测值; b_{a_i} 为加速度偏置; b_{ω_i} 为陀螺仪偏置; \otimes 为四元数乘法.从 i 时刻到 j 时刻之间离散化运动方程中分离出来,得到 IMU 预积分量如下:

$$\begin{aligned} \alpha_{b_j}^{b_i} &= \iint_{t \in [i,j]} R_t^{b_i} (\hat{a}_t - b_{a_i}) dt^2 \\ \beta_{b_j}^{b_i} &= \int_{t \in [i,j]} [R_t^{b_i} (\hat{a}_t - b_{a_i})] dt \\ \gamma_{b_j}^{b_i} &= \int_{t \in [i,j]} \frac{1}{2} \Omega[(\hat{\omega}_t - b_{\omega_i}) \gamma_t^{b_i}] dt \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\alpha_{b_j}^{b_i}$ 为位置预积分量; $\beta_{b_j}^{b_i}$ 为速度预积分量; $\gamma_{b_j}^{b_i}$ 为姿态预积分量.

2.2 因子图模型

因子图是一种用于表达随机变量联合概率分布的概率图模型^[22,23]. 由随机优化变量的节点和传感器观测信息节点组成. 将传感器信息融合问题转换为求解因子图的概率模型, 提高系统的可扩展性.

假设函数 $f(x)$ 根据因子图可将其分解为

$$f(X) = \prod_i f_i(X_i) \quad (3)$$

其中, X_i 为与因子节点 f_i 相连的状态变量节点的集合 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $f_i(X_i)$ 为因子图局部函数.

如图1所示, 因子图由4个状态变量和4个节点构成, 即 $X_1 = \{x_1, x_2\}$, $X_2 = \{x_2, x_3\}$, $X_3 = \{x_2, x_3, x_4\}$, $X_4 = \{x_2, x_4\}$ 因子图可分解为

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(X_1)f_2(X_2)f_3(X_3)f_4(X_4) \quad (4)$$

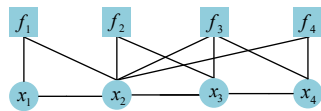


图1 因子图模型

3 ID-MFG-SLAM 算法

3.1 算法架构

本文提出的 ID-MFG-SLAM 算法架构和因子图结

构, 如图2和图3所示, 主要包括三个部分:

(1) ID-MFG-SLAM 算法结构设计. 如图2所示, 结合了紧耦合与松耦合的优点. 由IMU里程计主系统、VIO辅系统、LIO辅系统三部分构成. 辅系统经过前端数据处理, 以紧耦合的方式构建VIO和LIO进行运动估计; 在主系统IMU预积分之前以松耦合的方式引入视觉和激光雷达运动估计结果约束IMU偏差, 实现三者融合, 获取高精度的IMU里程计. 之后, 设计反馈回路, 将受约束的IMU里程计当前状态作为VIO和LIO的先验信息, 实现运动预测, 防止任意传感器失效时仍可靠运行, 提高系统的鲁棒性.

(2) 滑窗因子图消元优化. 如图3所示, VIO和LIO作为局部约束因子引入到IMU里程计因子中构成主因子图. 该算法以多因子图构建大因子图的结构实现联合优化. 常规因子图算法在新时刻数据信息融合时仅对边缘状态更新, 丢失大量历史状态信息, 造成状态估计偏差变大. 为此本文在因子图中加入滑窗机制实现历史状态信息回溯, 同时引入基于Householder变换的QR分解消元算法进行联合优化, 并将滑窗中的因子图转化为一个贝叶斯网络, 简化状态变量个数, 将其合并为一个矩阵A. 通过QR将A矩阵分解为正交矩阵和上三角矩阵进行优化, 避免高维矩阵逆运算, 有效提升计算速度.

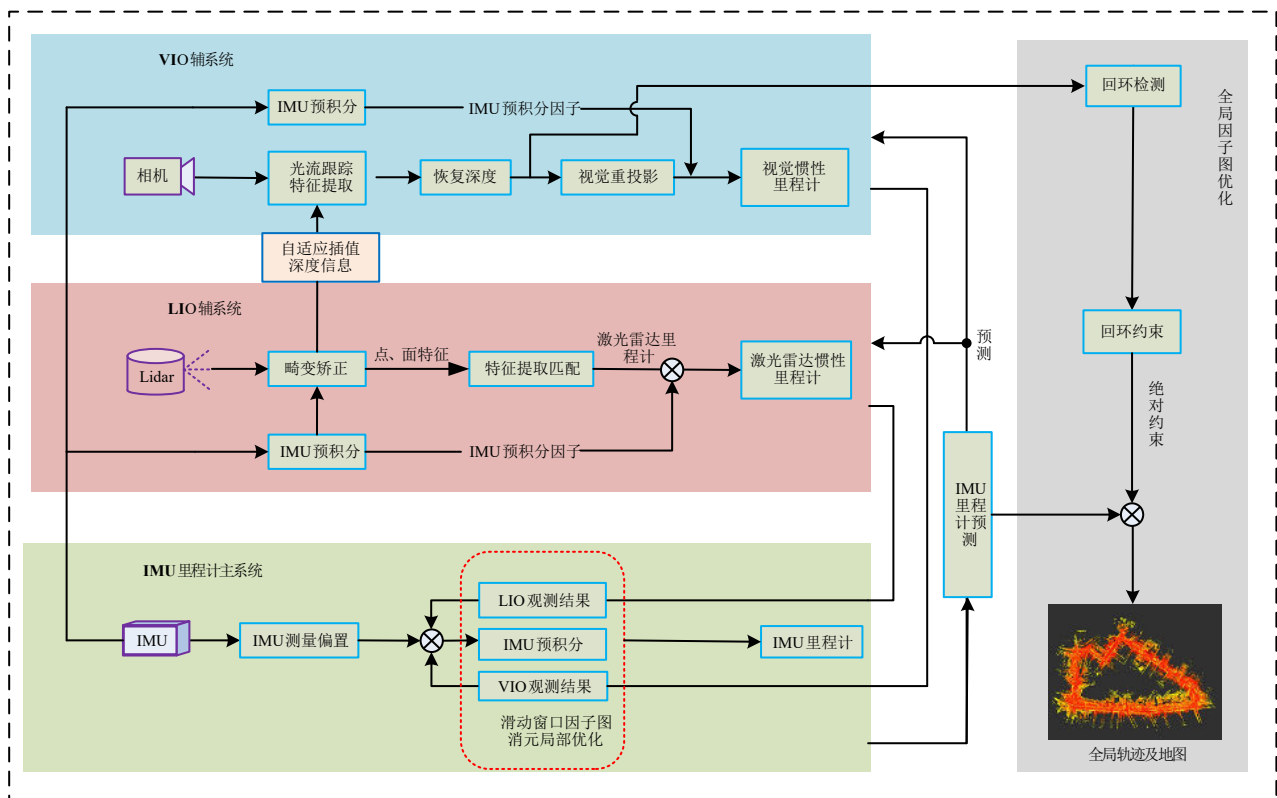


图2 ID-MFG-SLAM 算法框架图

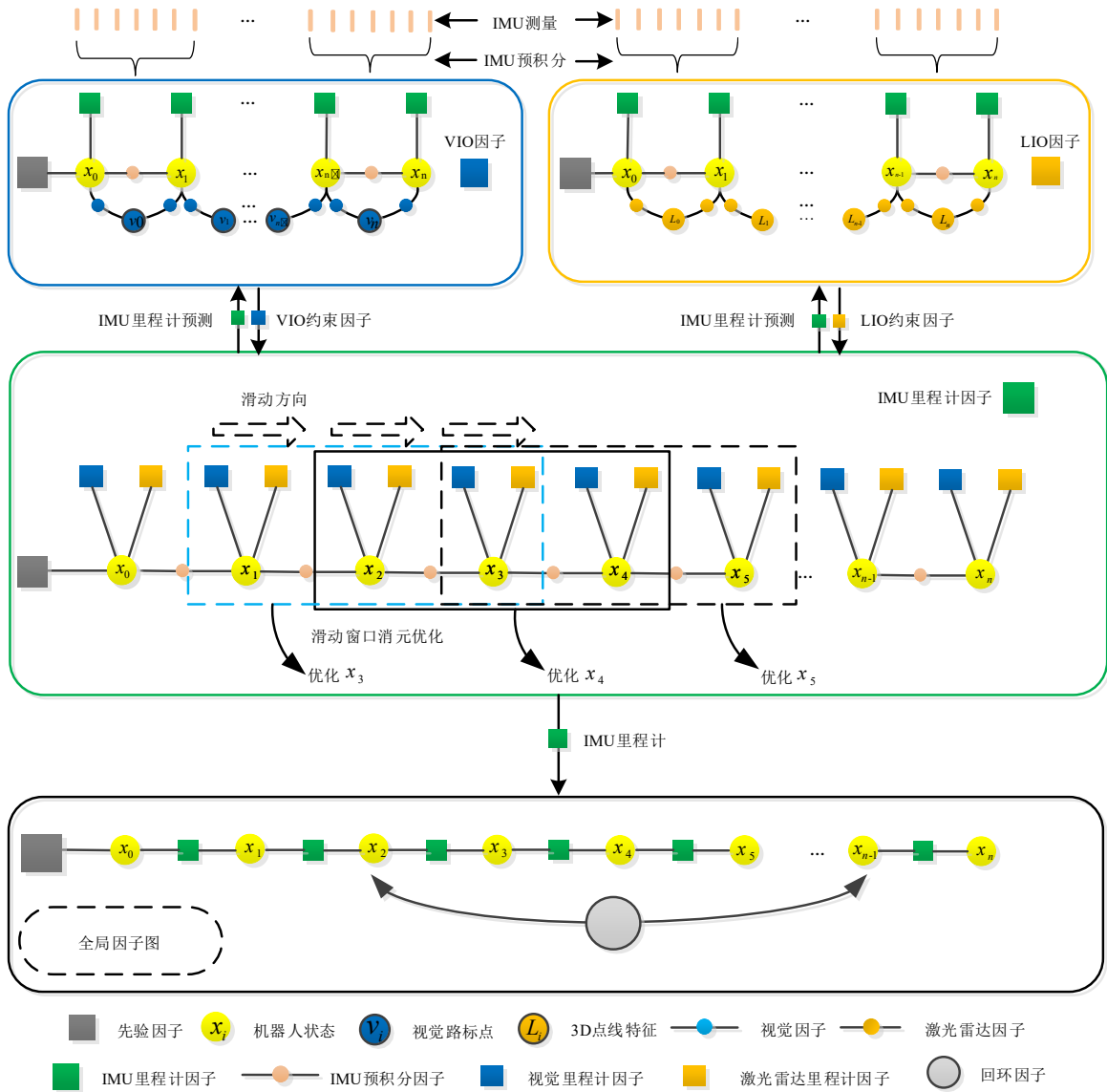


图3 ID-MFG-SLAM算法因子图

(3)视觉深度估计. 单目视觉对纹理环境敏感且视场较小,在复杂场景难以准确估计深度. 为此,本文算法利用激光雷达辅助视觉恢复深度信息. 采用一种自适应插值方法,根据旋转夹角大小在球面线性插值和线性插值中自主选择最优插值方式. 将激光雷达点云与视觉特征点投影到相机为中心的单位球体上进行匹配,并设置深度点匹配检验环节,防止深度点发生错误关联.

3.2 ID-MFG-SLAM算法结构设计

3.2.1 IMU里程计系统

本文算法以因子图的方式建模,IMU里程计为主因子进行状态估计优化求解机器人的运动状态,如图3所示,机器人状态量如下

$$\mathbf{x}_{b_k}^w = [\mathbf{p}_{b_k}^w \ \mathbf{v}_{b_k}^w \ \mathbf{q}_{b_k}^w \ \mathbf{b}_a \ \mathbf{b}_g], k = 0, 1, \dots, n \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}_{b_k}^w$ 为在世界坐标系中的第 k 个状态; $\mathbf{p}_{b_k}^w, \mathbf{v}_{b_k}^w, \mathbf{q}_{b_k}^w, \mathbf{b}_a, \mathbf{b}_g$ 分别为世界坐标系中第 k 个状态下的位置、速度、旋转、加速度偏置和陀螺仪偏置.

图3中IMU里程计因子,由视觉里程计因子、激光雷达里程计因子、IMU预积分因子、先验因子以及状态节点因子组成,每个因子图节点均与机器人状态关联,节点之间的相对位姿运动由IMU预积分获取,它仅仅与IMU产生较为平滑带有噪声的测量值有关,异常值较少,因此本文仅利用视觉和激光雷达的相对状态估计获取当前的位置、速度、旋转等变量作为局部约束来纠正IMU预积分偏差. 即

$$\mathbf{e}_{ij}^{\text{imu}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_w^i (\mathbf{p}_j^w - \mathbf{p}_i^w - \mathbf{v}_i^w \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{g} \Delta t^2) \\ \mathbf{R}_w^i (\mathbf{v}_j^w - \mathbf{v}_i^w + \mathbf{g} \Delta t) \\ \mathbf{q}_i^{w-1} \otimes \mathbf{q}_j^w \\ \mathbf{b}_{ai} \\ \mathbf{b}_{oi} \end{bmatrix} \ominus \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_j^i \\ \boldsymbol{\beta}_j^i \\ \boldsymbol{\gamma}_j^i \\ \mathbf{b}_{aj} \\ \mathbf{b}_{oj} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中, \mathbf{p}_i^w 、 \mathbf{v}_i^w 和 \mathbf{q}_i^w 为平移、速度和旋转, 由 VIO 和 LIO 系统获取; \mathbf{g} 为重力向量; \mathbf{b} 为加速度计和陀螺仪的偏差; \ominus 为 IMU 残差的运算符; $\mathbf{e}_{ij}^{\text{imu}}$ 为 IMU 预积分残差.

以视觉和激光雷达的方法进行位姿估计, 用于 IMU 预积分测量误差纠正. IMU 里程计残差由视觉与 IMU 构建的残差 (VIO-IMU 残差) 和激光雷达与 IMU 构建的残差 (LIO-IMU 残差), 将两者相加得到 IMU 里程计残差. 其表达式为

$$\mathbf{e}_{\text{imuodom}} = \mathbf{e}_{\text{vio-imu}} + \mathbf{e}_{\text{lio-imu}} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{e}_{\text{vio-imu}}$ 为 VIO-IMU 残差; $\mathbf{e}_{\text{lio-imu}}$ 为 LIO-IMU 残差, $\mathbf{e}_{\text{imuodom}}$ 为 IMU 里程计残差.

本文以松耦合的方式融合视觉里程计与激光雷达里程计的相对状态估计对 IMU 预积分测量值形成约束, 实现从粗到细的方式恢复 IMU 里程计因子的运动, 获取高精度 IMU 里程计. 在因子图优化中, 引入滑动窗口回溯历史状态信息, 同时也引入 Householder 的 QR 分解消元算法对非线性系统进行优化. 其 IMU 里程计系统中将最小化 VIO-IMU 残差 $\mathbf{e}_{ij}^{\text{vio-imu}}$ 、LIO-IMU 残差 $\mathbf{e}_{ij}^{\text{lio-imu}}$ 和边缘化先验残差 $\mathbf{E}_{\text{prior}}$ 构成的优化问题. 其表达式如下:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{prior}} + \sum_{(i,j) \in B} \mathbf{e}_{ij}^{\text{lio-imu}^T} \mathbf{W}_{ij}^{-1} \mathbf{e}_{ij}^{\text{lio-imu}} + \sum_{(i,j) \in B} \mathbf{e}_{ij}^{\text{vio-imu}^T} \mathbf{W}_{ij}^{-1} \mathbf{e}_{ij}^{\text{vio-imu}} \quad (8)$$

$\mathbf{e}_{ij}^{\text{vio-imu}}$ 和 $\mathbf{e}_{ij}^{\text{lio-imu}}$ 可根据观测的可靠性来计算协方差矩阵 \mathbf{W}_{ij}^{-1} , 衡量视觉里程计与激光雷达里程计系统对 IMU 预积分约束的置信度, 实现对视觉、激光雷达约束权重的调节, 校准 IMU 里程计系统的状态估计结果. 当视觉退化 (纹理弱) 时, VIO-IMU 残差较大, 即协方差越大, 此时 IMU 残差 \mathbf{W}_{ij}^{-1} 权重较小, 表示 VIO 置信度低, 则系统以激光雷达里程计约束为主; 同理, 当激光雷达退化 (几何结构弱) 时, LIO-IMU 残差相差较大, LIO 置信度越低, 则系统以视觉里程计约束为主. 此外, 基于松耦合的方式获取 IMU 里程计, 在 IMU 预积分之前加入其他传感器的测量值约束 IMU 预积分, 便可实现融合, 体现了算法的易扩展性.

3.2.2 视觉惯性系统

图 3 中 VIO 因子, 包含视觉重投影因子、IMU 预积分因子、受约束的 IMU 里程计因子和先验因子. 在文献 [24, 25] 得出了第 k 帧到第 $k+1$ 帧的视觉重投影误差, 公式如下:

$$\mathbf{e}_v = \mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i = \begin{bmatrix} x_{c_{k+1}} - u_{c_{k+1}} \\ z_{c_{k+1}} \\ y_{c_{k+1}} - z_{c_{k+1}} \\ z_{c_{k+1}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

在 VIO 系统中 IMU 预积分因子提供相邻帧的运动信息, 引入受约束的 IMU 里程计可提供相对于起始时刻的绝对位姿信息. 因此, 将高精度 IMU 里程计和 IMU 预积分结合使用, 获取更准确的绝对先验信息, 有助于增强鲁棒性和精度. 其 VIO 最小化的非线性优化问题由视觉重投影因子 \mathbf{e}_v 、IMU 预积分因子 \mathbf{e}_{imu} 、边缘化因子 \mathbf{e}_m 和 IMU 里程计位姿先验因子 $\mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}}$ 四部分组成. 其表达式如下:

$$\min_{T_{i+1}} \left\{ \sum_{i \in \text{else}(i)} \mathbf{e}_v^T \mathbf{W}_v^{-1} \mathbf{e}_v + \sum_{(i,i+1) \in C} \mathbf{e}_{\text{imu}}^T \mathbf{W}_{\text{imu}}^{-1} \mathbf{e}_{\text{imu}} + \mathbf{e}_m + \mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}} \right\} \quad (10)$$

其中, \mathbf{W}_v 、 \mathbf{W}_{imu} 为视觉重投影因子和 IMU 预积分因子的协方差矩阵; $i \in \text{else}(i)$ 为所有跟踪到特征点 i 的集合; $(i, i+1) \in C$ 为 IMU 预积分因子连接的所有视觉节点的集合.

当视觉环境退化时, IMU 预积分误差逐渐累积, 导致 VIO 位姿估计发散, 但 IMU 里程计系统中受激光雷达测量值约束, 利用 IMU 里程计进行预测仍可靠纠正误差, 此时 VIO 系统以 IMU 里程计预测因子 $\mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}}$ 为主, 结合 IMU 预积分构成非线性优化问题; 当视觉环境良好时, VIO 优化问题中以视觉因子 \mathbf{e}_v 为主, 此时 IMU 预积分因子仅作为视觉的初始预测.

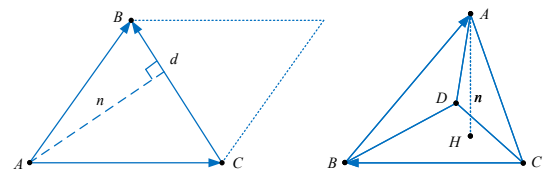
3.2.3 激光雷达惯性系统

图 3 中 LIO 因子, IMU 预积分作为当前地图扫描匹配的运动预测, 并连接激光雷达因子. LIO 算法对激光雷达扫描特征进行提取^[10], 利用受约束的 IMU 里程计提供运动预测, 其特征匹配主要采用迭代最近点 (Iterative Closest Point, ICP) 求解点到线距离和点到面距离^[26].

如图 4 所示, 点到直线的距离和点到面的距离视为激光雷达残差, 如图 4(a) 所示, 点到直线的距离, 即

$$d_{e_i} = \frac{|(\mathbf{p}_A^w - \mathbf{p}_B^w) \times (\mathbf{p}_A^w - \mathbf{p}_C^w)|}{|\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_C^w|} \quad (11)$$

其中, d_{e_i} 分子为平行四边形面积, 即法向量 \mathbf{n} 的模长; d_{e_i}



(a) 点到线距离

(b) 点到面距离

图 4 激光雷达点云匹配残差构建

分母为 B 点到 C 点的距离。

如图 4(b) 所示, 点到面的距离为点与平面内一点形成的向量与平面单位法向量点积的模。即

$$d_{e_p} = \frac{\left| \frac{\mathbf{p}_A^w - \mathbf{p}_B^w}{(\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_C^w) \times (\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_D^w)} \cdot (\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_C^w) \right|}{\left| (\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_C^w) \times (\mathbf{p}_B^w - \mathbf{p}_D^w) \right|} \quad (12)$$

其中, $\mathbf{p}_j^w, \mathbf{p}_k^w, \mathbf{p}_m^w$ 为 \mathbf{p}_i^w 最邻近不共线的三个点; d_{e_p} 分子为三角锥体积, 分母为 ΔABC 的平面面积。

采用雅可比的推导式(13)计算求解出点线距离残差项 \mathbf{e}_l 、点面距离残差项 \mathbf{e}_p 。

$$\mathbf{J} = \frac{\partial d_i}{\partial \mathbf{T}_{wb}} = \frac{\partial d_i}{\partial \mathbf{p}^w} \frac{\partial \mathbf{p}^w}{\partial \mathbf{T}_{wb}} \quad (13)$$

通过高斯-牛顿方法联合最小化由激光雷达因子、IMU 预积分因子 \mathbf{e}_{imu} 、受约束的 IMU 里程计先验因子 $\mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}}$ 组成的 LIO 优化问题。其表达式如下:

$$\min_{\mathbf{T}_{i+1}} \left\{ \sum_{\mathbf{p}_{i+1}^l \in F_{i+1}^l} \mathbf{W}_i \mathbf{e}_l + \sum_{\mathbf{p}_{i+1}^p \in F_{i+1}^p} \mathbf{W}_i \mathbf{e}_p + \sum_{(i,i+1) \in \mathcal{R}} \mathbf{W}_i \mathbf{e}_{\text{imu}} + \mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}} \right\} \quad (14)$$

其中, \mathbf{e}_l 为点到线距离的残差; \mathbf{e}_p 为点到面距离的残差; $\mathbf{T}_{i+1} = [\mathbf{R} \ \mathbf{t}]$ 为相邻帧特征点的最优变换矩阵, F_{i+1}^l 和 F_{i+1}^p 分别为第 $i+1$ 个关键帧的线特征和面特征, \mathbf{W}_i 为激光雷达信息矩阵, 评估当前激光雷达扫描的可观性。

当几何结构发生退化时, IMU 里程计中视觉测量值仍可靠, 可为激光雷达提供位姿估计预测, 此时 $\mathbf{e}_{\text{imuodom}}^{\text{prior}}$ 在 LIO 优化中为主约束; 当几何环境良好时, 激光雷达因子在 LIO 优化中为主约束。此外, 激光雷达扫描的可观性通过 \mathbf{W}_i 的特征值进行评估。若特征值大于阈值, 视为环境退化, 则在 IMU 里程计优化中抛弃该激光雷达里程计约束因子; 若特征值小于阈值, IMU 里程计正常接受激光雷达里程计局部约束因子。即可避免 IMU 里程计系统中的信息冗余同时提高 LIO 系统的精度和可靠性。

3.3 消元优化因子图

3.3.1 消元降维优化算法

在 SLAM 问题中, 因子图通常是观测量生成。在计算多传感器融合的因子图时, 由于较多的变量组成高维矩阵, 限制了最大后验概率估计和边缘化状态变量的速度, 因此引入消元算法将因子图转化为贝叶斯网络, 可有效提高运行速度。

因子图 $\phi(X) = \phi(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ 通过状态变量消元分解为式(15), 将因子图转化为贝叶斯网络概率密度。

$$\begin{aligned} p(X) &= p(\mathbf{x}_1 | \mathcal{S}_1) p(\mathbf{x}_2 | \mathcal{S}_1) \cdots p(\mathbf{x}_n | \mathcal{S}_n) \\ &= \prod_j p(\mathbf{x}_j | \mathcal{S}_j) \end{aligned} \quad (15)$$

其中, \mathcal{S}_j 为与变量 \mathbf{x}_j 相关的分离器, 在 SLAM 最小二乘

问题中所有的因子形式为

$$\phi_i(X_i) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\mathbf{A}_i X_i - \mathbf{b}_i\|_2^2 \right\} \quad (16)$$

其中, X_i 为因子 ϕ_i 所有的状态变量, \mathbf{A}_i 为每个变量对象的小子块组成。从因子图 $\phi_{j:n}$ 中消去变量 \mathbf{x}_j 的算法步骤如算法 1 所示。

算法 1 消元降维算法

1. 给定一个因子图 $\phi_{j:n}$, 移除与 \mathbf{x}_j 相邻的所有因子 $\phi_i(\mathbf{x}_i)$, 其中定义 $\phi_{j:n} = \phi(\mathbf{x}_j, \dots, \mathbf{x}_n)$ 。
2. 生成分离器 $\mathcal{S}(\mathbf{x}_j) \leftarrow$ 与 $\phi_i(X_i)$ 相关联的除了 \mathbf{x}_j 的所有变量。
3. 生成乘积因子 $\psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j) \leftarrow \prod_i \phi_i(X_i)$ 。
4. 将 $\psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j)$ 分解为一个在消元变量 \mathbf{x}_j 上的条件概率分布 $p(\mathbf{x}_j | \mathcal{S}_j)$ 以及在分离器 $\mathcal{S}(\mathbf{x}_j)$ 上的一个新因子 $\tau(\mathcal{S}_j)$, 即 $p(\mathbf{x}_j | \mathcal{S}_j) \tau(\mathcal{S}_j) \leftarrow \psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j)$ 。
5. 在因子图末尾添加新的因子 $\tau(\mathcal{S}_j)$, 获得一个条件化及简化的因子图。

通过上述算法将所有矩阵 \mathbf{A}_i 合并到新而更大的块矩阵 $\bar{\mathbf{A}}_j$, 可表示为

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j) &\leftarrow \prod_i \phi_i(X_i) \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_i \|\mathbf{A}_i X_i - \mathbf{b}_i\|_2^2 \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{A}}_j [\mathbf{x}_j \ \mathcal{S}_j] - \bar{\mathbf{b}}_j\|_2^2 \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\bar{\mathbf{b}}_j$ 合并了所有的 \mathbf{b}_i 新生成的向量。

本文通过与线性因子更相关的 QR 分解将与乘积因子 $\psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j)$ 相对应的增广矩阵 $[\bar{\mathbf{A}}_j | \bar{\mathbf{b}}_j]$ 转化为

$$[\bar{\mathbf{A}}_j | \bar{\mathbf{b}}_j] = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_j & \mathbf{T}_j & \mathbf{d}_j \\ \tilde{\mathbf{A}} & & \tilde{\mathbf{b}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中, \mathbf{Q} 为正交矩阵, \mathbf{R}_j 为一个上三角矩阵。

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j) &= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\bar{\mathbf{A}}_j [\mathbf{x}_j \ \mathcal{S}_j] - \bar{\mathbf{b}}_j\|_2^2 \right\} \\ &= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\mathbf{R}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{T}_j \mathcal{S}_j - \mathbf{d}_j\|_2^2 \right\} \\ &\quad \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{A}} \mathcal{S}_j - \tilde{\mathbf{b}}\|_2^2 \right\} \\ &= p(\mathbf{x}_j | \mathcal{S}_j) \tau(\mathcal{S}_j) \end{aligned} \quad (19)$$

按照如式(19)对 $\psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j)$ 进行分解, 利用一个向量的 2-范数与旋转矩阵 \mathbf{Q} 相乘并不会改变的性质, 将 $\psi(\mathbf{x}_j, \mathcal{S}_j)$ 变成两个因子的乘积。

综上, 本文算法使用 QR 分解的消元优化算法可有效减少状态变量的个数, 降低矩阵的维度, 最终提升系统的优化速度。

3.3.2 滑动窗口消元优化

传统因子图算法上一时刻的信息与当前时刻的状态估计具有关联性, 边缘化会丢失大量的历史状态信息, 造成鲁棒性减弱。为此, 本文在因子图中加入滑动

机制,用于回溯窗口内历史状态信息. 设置窗口状态变量个数为 N 个,将滑窗以外的历史状态信息作为先验信息会增加矩阵 A 的维数,因此在高斯-牛顿迭代优化中需要大量计算资源,从而影响系统的运行速度. 鉴于此,本文引入基于Householder变换的QR分解消元算法规整滑窗中的状态量,同时进行边缘化历史状态信息,直到新状态进入滑窗. 其滑窗因子图消元优化的迭代流程,如图5所示.

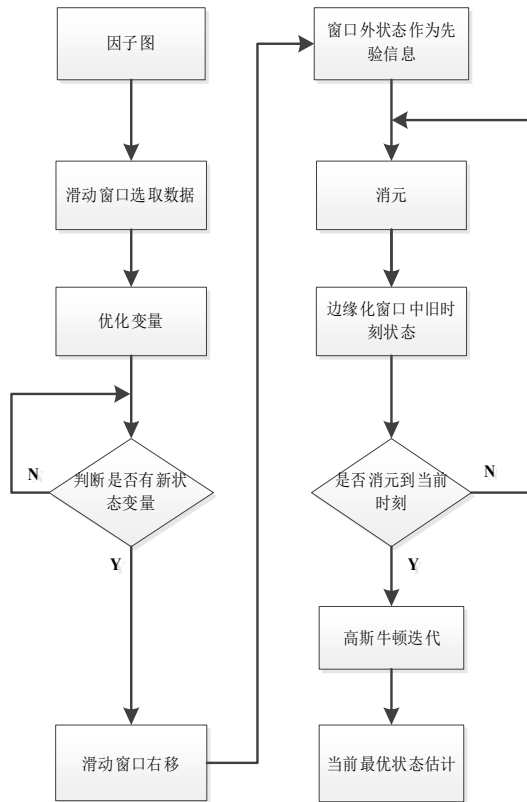


图5 滑动窗口因子图消元优化流程图

多传感器融合状态变量消元因子流程,如图6~8所示. 假设滑动窗口中 $N=3$,蓝色圆表示被消元的状态变量,橙色点表示因子节点,在因子图中加入滑动窗口,按照状态变量 x_3, x_4, x_5 依次消元转化为贝叶斯网络. 首先 x_3 消元,将历史状态 x_2 的信息作为先验信息传递于 x_3 ,对其进行消元得到如图7所示,图中红色三角表示部分QR分解产生的新因子节点 $\tau(S_3)$. 之后,将状态变量 x_3 边缘化,对 x_4 进行消元,如图8所示,图中红方框表示部分QR分解产生的新因子节点 $\tau(S_4)$. 最后边缘化 x_4 ,产生 x_5 的最大后验概率估计.

在系统中,滑动窗口随着新节点的加入依次向右移动,重复执行上述步骤得到新状态变量的最大后验概率估计,该方法相比于直接计算 x_3, x_4, x_5 的方式,规避了高维矩阵的逆运算,提高运算速度.

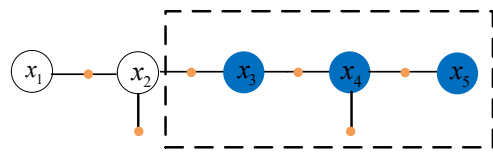


图6 因子图中加入滑动窗口

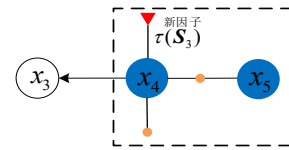


图7 x_3 消元后的因子图

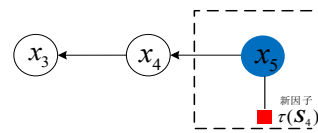


图8 x_4 消元后的因子图

3.4 视觉深度估计

VIO辅系统中单目相机自身难以准确获取特征点与相机之间的距离,即为深度信息. 在高速运动状态下信息易丢失,而激光雷达可直接测量深度. 因此,在激光雷达测量深度值辅助视觉特征深度估计中,本文提出一种在球面线性插值和线性插值之间自主选择的插值方式,称为自适应线性插值. 根据激光雷达与视觉的旋转夹角大小选择插值方式进而达到最佳性能,相比于LVI-SAM(Lidar Visual Inertial odometry via Smoothing And Mapping)^[18]系统,本文算法在视觉特征与深度值关联时,更好地估计相机位姿,提高视觉惯性子系统的精度.

如图9所示,假设两个采样点的旋转单位向量 p 和 q 之间的夹角为 θ , p 和 r 之间的夹角为 $t\theta$, q 和 r 之间的夹角为 $(1-t)\theta$,在 $t \in [0, 1]$ 能够实现 p 和 q 之间进行插值,可表达为

$$r(t) = a(t)p + b(t)q \quad (20)$$

其中, p 对应的时刻为 t_1 , q 对应的时刻为 t_2 , t' 时刻对应所求的四元数为 r ,比例系数 t 可表示为

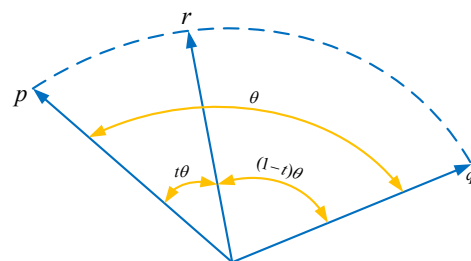


图9 单位四元数球面插值

$$t = \frac{t' - t_1}{t_2 - t_1} \quad (21)$$

其中, t 表示当前激光雷达帧占相邻前后两帧视觉的时间比例. 其球面线性插值算法可表示为

$$\text{Slerp}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = \frac{\sin[(1-t)\theta] \cdot \mathbf{p} + \sin(t\theta) \cdot \mathbf{q}}{\sin \theta} \quad (22)$$

球面线性插值虽能够保证每两个四元数之间的固定角速度, 可解决均匀角速度问题. 但是, 夹角 θ 过小时, 球面线性插值极大可能会引入过多的冗余点; 夹角过大 θ 时, 在球面上插值路径绕远, 无法达到最佳插值效果. 为了避免以上问题, 插值前评估两个四元数夹角 θ , 根据夹角大小自适应选择插值策略. 当 $\theta \rightarrow 0$ 时, $\sin \theta \approx \theta$, 此时式(22)可近似为线性插值, 更新公式如下:

$$\text{Slerp}(\mathbf{p}, \mathbf{q}, t) = (1-t)\mathbf{p} + t\mathbf{q} \quad (23)$$

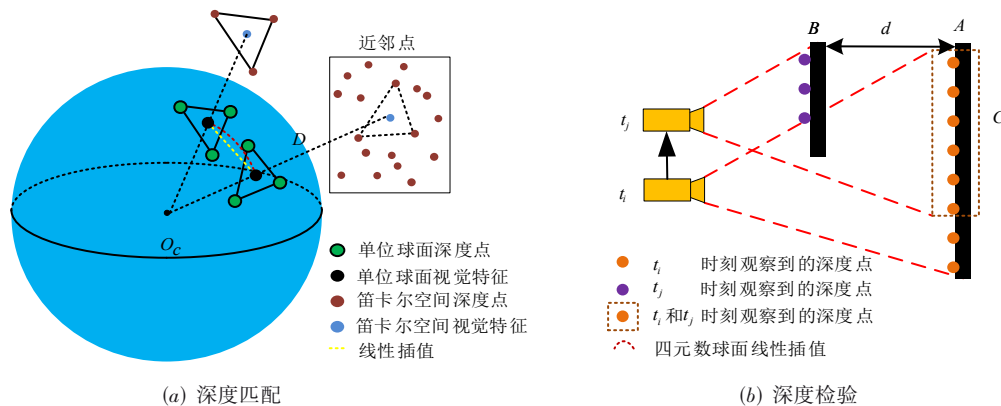


图 10 激光雷达与视觉深度的匹配

该方法存在不同时刻观察到同一区域的激光点云, 如图 10(b)所示, 在 t_i 时刻观察到深度点为区域 A, t_j 所观察到新深度点为区域 B, 并且在 t_i 时刻观察到 C 区域的深度点在 t_j 仍然可以观察到. 此时 t_j 时刻可能会将 C 区域特征点的深度匹配到 B 区域, 导致深度点匹配的估计会发生错误. 为此, 将根据深度点之间的距离 d 来判断特征是否有深度关联, 本文中根据经验将 d 的阈值定为 2 m, 如果阈值 d 大于 2 m, 则认为匹配错误, 并将其丢弃.

4 实验验证

为验证本文方法的有效性, 在公开多复杂数据集 M2DGR^[19] 和 UrbanNav^[20] 中进行评估. 首先验证了常规优化因子图和消元优化因子图全局轨迹一致性、优化精度和时间复杂性. 之后, 进行了自适应线性插值算法与球面线性插值算法在激光雷达辅助视觉提取深度点直观性的对比. 最后, 将本文算法与主流 SLAM 算法, 在多个序列帧下的全局估计轨迹与真值轨迹 (Ground Truth, GT) 比较, 并在绝对轨迹误差 (Absolute Trajectory Error, ATE)、相对位姿误差 (Relative Pose Er-

当 θ 为钝角时, 插值会在 4D 球面上路径较远, 为解决此问题, 检验 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q}$ 是否为负数, 若 $\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} < 0$, 反转其中一个四元数. 例如: 将 \mathbf{q} 改为 $-\mathbf{q}$, 使用 \mathbf{p} 与 $-\mathbf{q}$ 之间的夹角进行插值, 保证了插值路径最短. 自适应选择球面线性插值或线性插值进行视觉特征深度估计, 提高算法的效率和稳定性.

获取视觉深度信息估计如图 10(a)所示. 首先视觉特征和激光雷达深度点同时投影到相机为中心的单位球体上. 之后, 降采样激光雷达深度点云在单位球体上利用视觉特征的极坐标搜索二维 KD-tree, 在球面上为视觉特征选取最靠近该特征点的深度三个激光雷达深度点并拟合成三角平面; 最后, 视觉特征点深度 D 即为光心 O_c 与笛卡尔空间中最近三个深度点构成平面交点的连线.

ror, RPE) 等指标进行了对比验证.

4.1 滑窗消元优化因子图算法实验

由于系统性能与滑窗长度关系密切, 首先确定系统滑窗长度. 采用 5~15 个状态信息之间的滑窗长度, 获取不同滑窗长度下的优化时间和精度数据. 从综合性价比考虑, 本文算法滑窗长度以 11 为标准, 验证本文因子图与传统因子图优化的不同. 其中图 11 所示处于长街道白天并含有建筑和树木场景的 M2DGR 公共数据集 street_01 序列中. 在全局轨迹一致性因子图消元优化 (elimination_factor) 和常规因子图优化 (routine_factor) 轨迹基本相当, 但在标记处滑窗消元优化因子图算法更接近于轨迹的真实轨迹.

从图 12 可看出, 在 street_01 序列中, 基于滑窗消元优化因子图方法的绝对轨迹平均误差约为 0.5 m, 最大绝对轨迹误差在 2 m 以内; 基于常规因子图方法绝对轨迹平均误差为 1.1 m, 绝对最大轨迹误差超过 4 m. 经对比可知, 滑窗消元优化因子图的方法在全局轨迹方面具有更高的精度和更强的抗干扰能力, 显著提升了全局轨迹一致性精度.

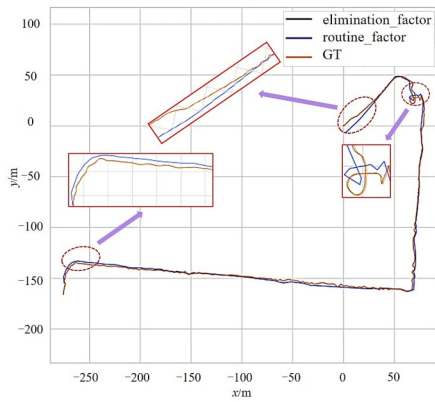


图 11 消元因子图优化与常规因子图优化

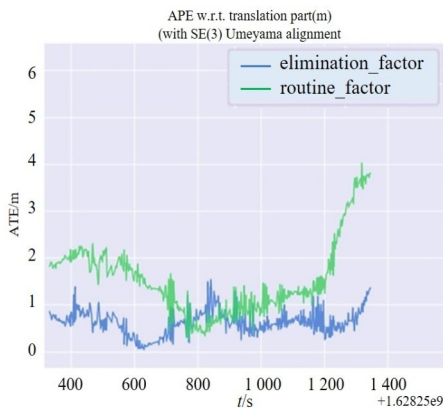


图 12 street_01 序列中消元与常规因子图优化轨迹误差对比

为验证本文算法引入基于Householder变换的QR分解消元算法规整滑窗中的状态量,提升系统优化速度的有效性.从图13可知,本文算法未引入消元因子图优化算法的平均优化时间约为39 ms;常规因子图优化的LVI-SAM算法平均优化时间约为34 ms;本文算法引入消元优化算法平均优化时间约为30 ms.实验结果表明,利用滑窗机制并引入消元优化算法,相对于常规因子图优化效率提升了约为23.08%,大幅度节约了计算资源.

4.2 视觉深度估计实验

为验证激光雷达辅助视觉提取特征点深度,选用

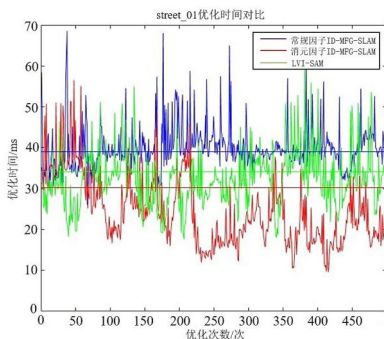
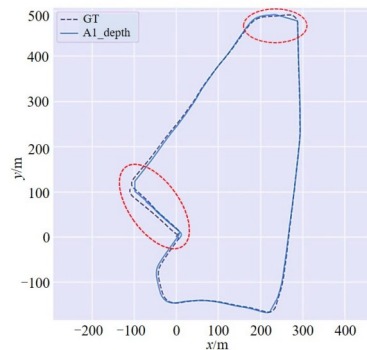


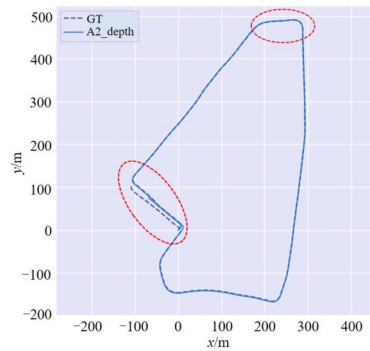
图 13 优化时间对比

UrbanNav^[20]数据集中的HK-2019-04-28序列,该序列在居民区道路高速行驶并含有建筑物、行人和植被等环境下,可较好地验证本文算法提出的自适应线性插值算法对轨迹和地图精度产生的影响.

如图14所示,不同算法在激光雷达辅助视觉深度估计中对轨迹产生的影响.其中图14(a)所示,利用球面线性插值算法(A1_depth)深度估计在局部轨迹中略有发散;图14(b)所示,本文提出的自适应插值算法(A2_depth)深度估计全局轨迹基本与真实轨迹一致.实验结果表明,本文提出的自适应插值算法在不同情况下选择最佳的插值方式相对于球面线性插值显著提升了定位精度.



(a) 球面插值深度估计



(b) 自适应插值深度估计

图 14 不同视觉深度估计算法对轨迹的影响

4.3 轨迹精度性能评价实验

为了进一步验证本文算法的有效性,如表1所示,该算法与A-LOAM(Advanced Lidar Odometry And Mapping)^[2]、LeGo-LOAM(Lightweight and Ground Optimized Lidar Odometry And Mapping)^[3]、LIO-SAM(Lidar Inertial Odometry via Smoothing And Mapping)^[10]、LVI-SAM^[18]等多个主流SLAM算法,在多个场景数据集下进行ATE和RPE的对比验证.其中大环境street序列多个数据集在白天、夜晚、

曲折、带有急转弯、刹车以及上下加速等突然的动作场景中,本文算法平均误差约为0.68 m. 小环境 gate 序列和 rotation 序列是在黑暗的大门附近循环运动和小范围内的圆周运动中,本文算法平均误差约为0.24 m. door 序列在室外、室内的交替环境中精度相当. 实验结果表明,本文算法

将 LIO 和 VIO 作为辅系统,IMU 里程计作为主系统. 辅系统约束主系统的 IMU 偏差并反馈于辅系统进行运动预测,后端优化又引入了滑窗机制和消元算法,相对于近年主流 SLAM 算法,在大、小、室内外交替等复杂场景中体现了全局轨迹精度更高、鲁棒性更强和广泛适用性等优势.

表 1 各算法轨迹误差数据对比

单位:m

视频序列	A-LOAM ^[2]		LeGo-LOAM ^[3]		LIO-SAM ^[10]		LVI-SAM ^[18]		ID-MFG-SLAM	
	ATE	RPE	ATE	RPE	ATE	RPE	ATE	RTE	ATE	RPE
street_01	7.436	0.128	52.826	0.568	2.021	0.978	0.746	1.486	0.323	0.925
street_02	5.507	2.030	66.630	0.643	3.101	1.072	2.997	2.032	0.875	1.035
street_04	3.090	0.172	2.941	0.612	0.773	1.075	0.839	1.932	0.805	1.029
street_07	22.130	0.171	41.058	0.665	4.669	1.090	4.716	1.382	0.722	1.484
gate_01	0.554	0.133	6.246	0.585	0.189	0.961	0.147	1.347	0.147	0.628
rotation_01	2.177	0.767	4.107	1.318	0.495	1.142	0.410	1.141	0.340	0.237
door_01	0.253	3.046	0.267	3.123	0.287	4.049	0.279	4.051	0.218	0.727

5 结论

本文提出了一种移动机器人能够面对复杂大、小场景自主定位的多个传感器融合 SLAM 算法 (ID-MFG-SLAM). 设计了多个系统在复杂环境下提高了精度和鲁棒性,并且在后端优化中加入滑动窗口结合因子图消元的方法,提高多传感器融合的实时性. 另外,提出了一种自适应插值算法为视觉提供更准确的深度信息. 后续的工作将考虑在视觉和激光雷达均处于低特征环境下,加入其他传感器进一步研究最优的定位与地图构建策略,希望在更复杂的环境中保持实时性的前提下提升精度.

参考文献

- [1] BAILEY T, DURRANT-WHYTE H. Simultaneous localization and mapping (SLAM): Part II[J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2006, 13(3): 108-117.
- [2] ZHANG J, SINGH S. Low-drift and real-time LiDAR odometry and mapping[J]. Autonomous Robots, 2017, 41(2): 401-416.
- [3] SHAN T X, ENGLLOT B. LeGO-LOAM: Lightweight and ground-optimized lidar odometry and mapping on variable terrain[C]//2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway: IEEE, 2019: 4758-4765.
- [4] MUR-ARTAL R, MONTIEL J M M, TARDÓS J D. ORB-SLAM: A versatile and accurate monocular SLAM system[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1147-1163.
- [5] MUR-ARTAL R, TARDÓS J D. ORB-SLAM2: An open-source SLAM system for monocular, stereo, and RGB-D cameras[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(5): 1255-1262.
- [6] TUBMAN R, POTGIETER J, ARIF K M. Efficient robotic SLAM by fusion of RatSLAM and RGBD-SLAM[C]//2016

23rd International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice (M2VIP). Piscataway: IEEE, 2017: 1-6.

- [7] LIU Z X, XIE C X, XIE M, et al. Mobile robot positioning method based on multi-sensor information fusion laser SLAM[J]. Cluster Computing, 2019, 22(2): 5055-5061.
- [8] LIN J R, ZHENG C R, XU W, et al. R²LIVE: A robust, real-time, LiDAR-inertial-visual tightly-coupled state estimator and mapping[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7469-7476.
- [9] LIN J R, ZHANG F. R³LIVE: A Robust, Real-time, RGB-colored, LiDAR-Inertial-Visual tightly-coupled state Estimation and mapping package[C]//2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway: IEEE, 2022: 10672-10678.
- [10] SHAN T X, ENGLLOT B, MEYERS D, et al. LIO-SAM: Tightly-coupled lidar inertial odometry via smoothing and mapping[C]//2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway: IEEE, 2021: 5135-5142.
- [11] XU W, ZHANG F. FAST-LIO: A fast, robust LiDAR-inertial odometry package by tightly-coupled iterated Kalman filter[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(2): 3317-3324.
- [12] XU W, CAI Y X, HE D J, et al. FAST-LIO2: Fast direct LiDAR-inertial odometry[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2022, 38(4): 2053-2073.
- [13] QIN T, LI P L, SHEN S J. VINS-mono: A robust and versatile monocular visual-inertial state estimator[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2018, 34(4): 1004-1020.
- [14] QIN T, PAN J, CAO S Z, et al. A general optimization-based framework for local odometry estimation with multiple sensors [EB/OL]. (2019-01-11) [2023-02-20]. <https://api.semantic>

scholar.org/CorpusID:57825758.

- [15] CAMPOS C, ELVIRA R, RODRIGUEZ J J G, et al. ORB-SLAM3: An accurate open-source library for visual, visual-inertial, and multimap SLAM[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2021, 37(6): 1874-1890.
- [16] ZHANG J, SINGH S. Visual-LiDAR odometry and mapping: Low-drift, robust, and fast[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway: IEEE, 2015: 2174-2181.
- [17] SHAO W Z, VIJAYARANGAN S, LI C, et al. Stereo visual inertial LiDAR simultaneous localization and mapping[C]//2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway: IEEE, 2020: 370-377.
- [18] SHANT X, ENGLT B, RATTI C, et al. LVI-SAM: Tightly-coupled lidar-visual-inertial odometry via smoothing and mapping[C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway: IEEE, 2021: 5692-5698.
- [19] YIN J E, LI A, LIT, et al. M2DGR: A multi-sensor and multi-scenario SLAM dataset for ground robots[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 2266-2273.
- [20] HSU L T, KUBO N, WEN W S, et al. UrbanNav: An open-sourced multisensory dataset for benchmarking positioning algorithms designed for urban areas[C]//Proceedings of the 34th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. Missouri: Institute of Navigation, 2021: 226-256.
- [21] FORSTER C, CARLONE L, DELLAERT F, et al. On-manifold preintegration for real-time visual: Inertial odometry[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(1): 1-21.
- [22] CARLONE L, ARAGUES R, CASTELLANOS J A, et al. A fast and accurate approximation for planar pose graph optimization[J]. The International Journal of Robotics Research, 2014, 33(7): 965-987.
- [23] DELLAERT F, KAESS M. Factor graphs for robot perception[J]. Foundations and Trends in Robotics, 2017, 6(1/2): 1-139.
- [24] DU S Y, ZHENG N N, XIONG L, et al. Scaling iterative closest point algorithm for registration of m-D point sets[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2010, 21(5/6): 442-452.
- [25] LI Y Y, FAN S Y, SUN Y B, et al. Bundle adjustment method using sparse BFGS solution[J]. Remote Sensing Letters, 2018, 9(8): 789-798.
- [26] ZACH C. Robust bundle adjustment revisited[C]//Computer Vision — ECCV 2014. Cham: Springer International Publishing, 2014: 772-787.

作者简介



袁国帅 男, 1995年10月出生于山东省菏泽市. 现为内蒙古工业大学电力学院硕士研究生. 主要研究方向为移动机器人智能控制.
E-mail: 1500523977@qq.com



齐咏生(通讯作者) 男, 1975年12月出生于内蒙古包头市. 现为内蒙古工业大学电力学院教授、副院长. 主要研究方向为移动机器人协同控制技术.
E-mail: qys@imut.edu.cn



刘利强 男, 1975年5月出生于内蒙古包头市. 现为内蒙古工业大学电力学院教授、硕士生导师. 主要研究方向为计算机视觉、新能源发电技术.
E-mail: llqiang@imut.edu.cn



苏建强 男, 1983年10月出生于内蒙古乌拉特前旗. 现为内蒙古工业大学电力学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向为机器人智能感知与运动控制.
E-mail: feiyang@imut.edu.cn



张丽杰 女, 1973年12月出生于辽宁省康平县. 现为内蒙古工业大学电力学院教授、硕士生导师. 主要研究方向为导航、检测技术与自动控制. 中国电子学会会员编号: E190102064M.
E-mail: zhanglijie@imut.edu.cn